

TS345

-

Codage pour la 5G

**Romain Tajan**

14 novembre 2022

- 1 Codes Polaires
  - ▷ Présentation générale
  - ▷ Encodage
  - ▷ Décodage

# Codes Polaires

- Introduits par Arian en 2008

# Codes Polaires

- Introduits par Arikan en 2008
  - Codes possédant une **matrice génératrice très structurée**

# Codes Polaires

- Introduits par Arikan en 2008
  - Codes possédant une **matrice génératrice très structurée**
  - Codes pouvant être analysés (exposant de polarisation)

# Codes Polaires

- Introduits par Arikan en 2008
  - Codes possédant une **matrice génératrice très structurée**
  - Codes pouvant être analysés (exposant de polarisation)
  - Décodage simplifié ( $O(n \log n)$ )

# Codes Polaires

- Introduits par Arikan en 2008
  - Codes possédant une **matrice génératrice très structurée**
  - Codes pouvant être analysés (exposant de polarisation)
  - Décodage simplifié ( $O(n \log n)$ )
  - **Première famille de code à construction déterministe atteignant la capacité de Shannon**

# Codes Polaires

- Introduits par Arikan en 2008
  - Codes possédant une **matrice génératrice très structurée**
  - Codes pouvant être analysés (exposant de polarisation)
  - Décodage simplifié ( $O(n \log n)$ )
  - **Première famille de code à construction déterministe atteignant la capacité de Shannon**
- Travaux réalisés depuis

# Codes Polaires

- Introduits par Arikan en 2008
  - Codes possédant une **matrice génératrice très structurée**
  - Codes pouvant être analysés (exposant de polarisation)
  - Décodage simplifié ( $O(n \log n)$ )
  - **Première famille de code à construction déterministe atteignant la capacité de Shannon**
- Travaux réalisés depuis
  - Décodage par **annulation successive** (SC - Successive Cancellation) (Arikan en 2008)

# Codes Polaires

- Introduits par Arikan en 2008
  - Codes possédant une **matrice génératrice très structurée**
  - Codes pouvant être analysés (exposant de polarisation)
  - Décodage simplifié ( $O(n \log n)$ )
  - **Première famille de code à construction déterministe atteignant la capacité de Shannon**
- Travaux réalisés depuis
  - Décodage par **annulation successive** (SC - Successive Cancellation) (Arikan en 2008)
  - Version systématique (Arikan en 2011)

# Codes Polaires

- Introduits par Arikan en 2008
  - Codes possédant une **matrice génératrice très structurée**
  - Codes pouvant être analysés (exposant de polarisation)
  - Décodage simplifié ( $O(n \log n)$ )
  - **Première famille de code à construction déterministe atteignant la capacité de Shannon**
- Travaux réalisés depuis
  - Décodage par **annulation successive** (SC - Successive Cancellation) (Arikan en 2008)
  - Version systématique (Arikan en 2011)
  - Décodage SC avec liste (Tal, Vardy en 2012)

# Codes Polaires

- Introduits par Arikan en 2008
  - Codes possédant une **matrice génératrice très structurée**
  - Codes pouvant être analysés (exposant de polarisation)
  - Décodage simplifié ( $O(n \log n)$ )
  - **Première famille de code à construction déterministe atteignant la capacité de Shannon**
- Travaux réalisés depuis
  - Décodage par **annulation successive** (SC - Successive Cancellation) (Arikan en 2008)
  - Version systématique (Arikan en 2011)
  - Décodage SC avec liste (Tal, Vardy en 2012)

## Construction de la matrice génératrice

- **Noyau** du code polaire :  $T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

## Construction de la matrice génératrice

- **Noyau** du code polaire :  $T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- Code en blocs défini à partir de  $G$  :  $\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{u}}G$

## Construction de la matrice génératrice

- **Noyau** du code polaire :  $T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- Code en blocs défini à partir de  $G$  :  $\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{u}}G$
- **Construction de  $G$**  :  $G = \underbrace{T_2 \otimes T_2 \otimes \cdots \otimes T_2}_{\ell \text{ termes}}$

# Construction de la matrice génératrice

- **Noyau** du code polaire :  $T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- Code en blocs défini à partir de  $G$  :  $\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{u}}G$
- **Construction de  $G$**  :  $G = \underbrace{T_2 \otimes T_2 \otimes \cdots \otimes T_2}_{\ell \text{ termes}}$ 
  - Taille de  $G$  :  $2^\ell \times 2^\ell$
  - Taille de  $\mathbf{x}$  :  $2^\ell$
  - Taille de  $\tilde{\mathbf{u}}$  :  $2^\ell$

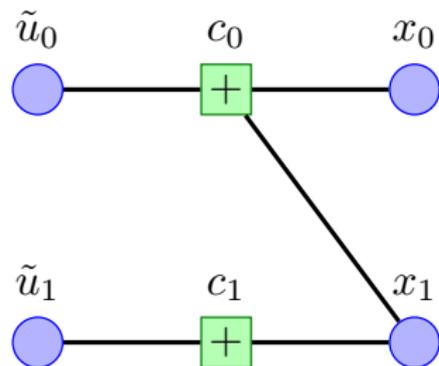
# Construction de la matrice génératrice

- **Noyau** du code polaire :  $T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- Code en blocs défini à partir de  $G : \mathbf{x} = \tilde{\mathbf{u}}G$
- **Construction de  $G$**  :  $G = \underbrace{T_2 \otimes T_2 \otimes \cdots \otimes T_2}_{\ell \text{ termes}}$ 
  - Taille de  $G$  :  $2^\ell \times 2^\ell$
  - Taille de  $\mathbf{x}$  :  $2^\ell$
  - Taille de  $\tilde{\mathbf{u}}$  :  $2^\ell$
- Encodage pour  $R = k/n$  avec  $n = 2^\ell$  :
  - Message :  $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_k]$
  - Message étendu :  $\tilde{\mathbf{u}} = [0, \dots, 0, u_1, 0, u_2, \dots, u_k]$
  - Mot de code :  $\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{u}}G$

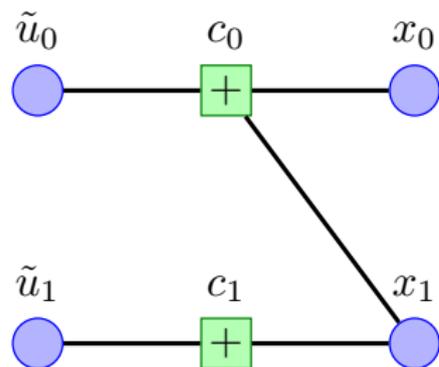
# Construction de la matrice génératrice

- **Noyau** du code polaire :  $T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- Code en blocs défini à partir de  $G : \mathbf{x} = \tilde{\mathbf{u}}G$
- **Construction de  $G$**  :  $G = \underbrace{T_2 \otimes T_2 \otimes \cdots \otimes T_2}_{\ell \text{ termes}}$ 
  - Taille de  $G$  :  $2^\ell \times 2^\ell$
  - Taille de  $\mathbf{x}$  :  $2^\ell$
  - Taille de  $\tilde{\mathbf{u}}$  :  $2^\ell$
- Encodage pour  $R = k/n$  avec  $n = 2^\ell$  :
  - Message :  $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_k]$
  - Message étendu :  $\tilde{\mathbf{u}} = [0, \dots, 0, u_1, 0, u_2, \dots, u_k]$
  - Mot de code :  $\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{u}}G$

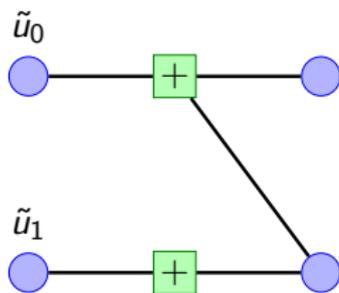
- **Comment décoder ce code ?**
- **Comment choisir les positions de  $\tilde{\mathbf{u}}$  gelées ?**

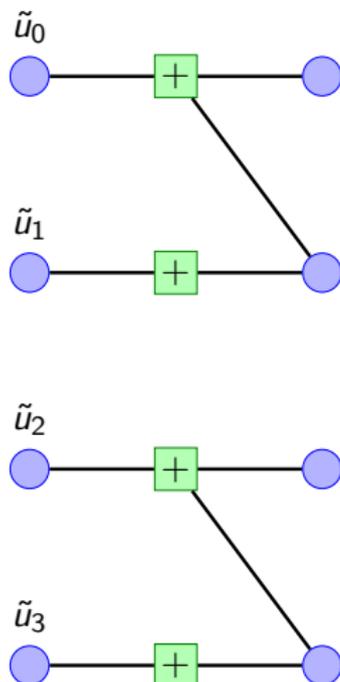
Transformation du canal  $\ell = 1$ 

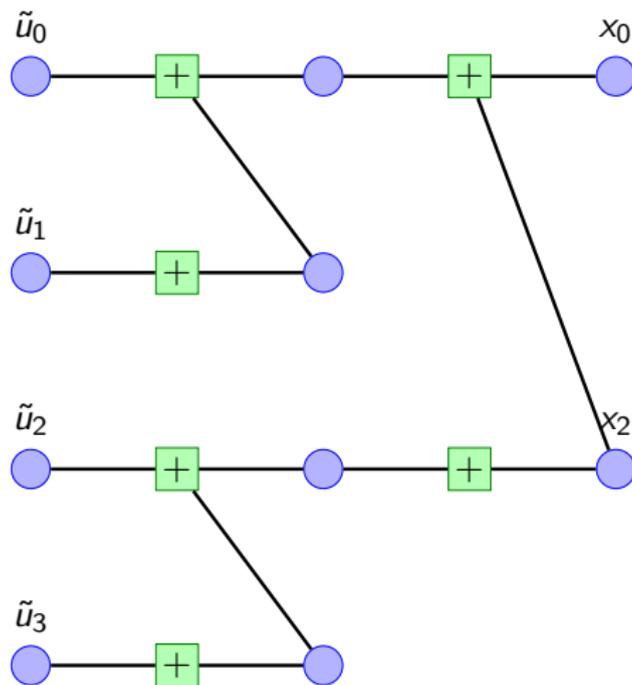
- "transformation" du canal

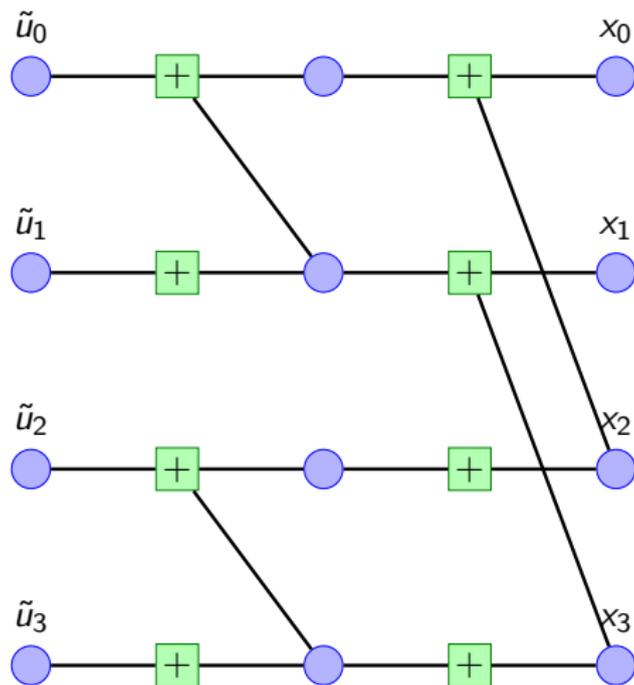
Transformation du canal  $\ell = 1$ 

- "transformation" du canal
- $(p(y_0|x_0), p(y_1|x_1)) \rightarrow (p(\tilde{u}_0|\mathbf{y}), p(\tilde{u}_1|\tilde{u}_0, \mathbf{y}))$
- Sur canal BEC  $(\epsilon, \epsilon) \rightarrow (2\epsilon - \epsilon^2, \epsilon^2)$
- Sur les autres canaux :  $(W, W) \rightarrow (W^-, W^+)$

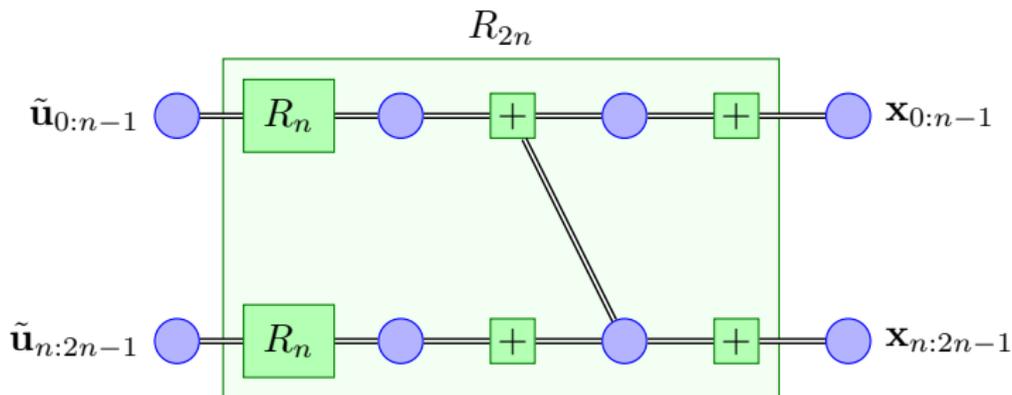
Transformation du canal  $\ell = 2$ 

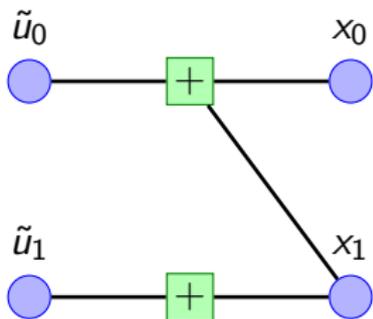
Transformation du canal  $\ell = 2$ 

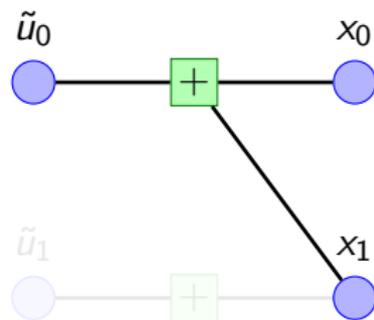
Transformation du canal  $\ell = 2$ 

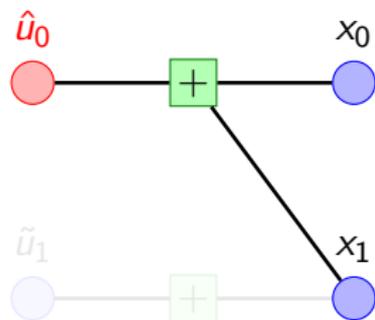
Transformation du canal  $\ell = 2$ 

## Encodage, version graphique, récursive



Décodage par SC pour  $\ell = 1$ 

Décodage par SC pour  $\ell = 1$ 

Décodage par SC pour  $\ell = 1$ 

Décodage par SC pour  $\ell = 1$ 