Techniques et systèmes de communications numériques sans-fil (TS218)

Romain Tajan

Plan

1. Contexte
2. Synchronisation en phase / fréquence

Signal émis

Expression du signal émis en **bande de base** :

$$s(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t - mT_s)$$

Expression du signal émis en **bande étroite** (ou bande transposée) :

$$\tilde{s}(t) = Re\left(s(t)e^{j2\pi f_c t}\right)$$

Notations

- a_m : **symboles complexes**,
- $s(t)$: **enveloppe complexe du signal émis**,
- T_s : **temps symbole**,
- $R_s = T_s^{-1}$: **débit symbole**,
- $h(t)$: **filtre de mise en forme à l'émission**, (filtre demi-Nyquist)
- f_c : **fréquence porteuse**.

Signal reçu dans le cas mono-trajet BBAG [1] :

$$\tilde{r}(t) = Re\left(\sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t - \tau - mT_s)e^{j2\pi f_c(t-\tau)}\right) + \tilde{w}(t)$$

On considère une **"imperfection" au niveau du récepteur**, il récupère le signal $r(t)$ tel que

$$\tilde{r}(t) \quad = \quad Re\left(r(t)e^{j2\pi(f_c+\delta_f)t}\right)$$

1. Bruit Blanc Additif Gaussien

Signal reçu dans le cas mono-trajet BBAG [1] :

$$\tilde{r}(t) = Re\left(\sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t-\tau-mT_s)e^{j2\pi f_c(t-\tau)}\right) + \tilde{w}(t)$$

On considère une **"imperfection" au niveau du récepteur**, il récupère le signal $r(t)$ tel que

$$\begin{aligned}\tilde{r}(t) &= Re\left(r(t)e^{j2\pi(f_c+\delta_f)t}\right)\\ &= Re\left(r(t)e^{j2\pi\delta_f t}e^{j2\pi f_c t}\right)\end{aligned}$$

1. Bruit Blanc Additif Gaussien

Signal reçu dans le cas mono-trajet BBAG [1] :

$$\tilde{r}(t) = Re\left(\sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t-\tau-mT_s)e^{j2\pi f_c(t-\tau)}\right) + \tilde{w}(t)$$

On considère une **"imperfection" au niveau du récepteur**, il récupère le signal $r(t)$ tel que

$$\begin{aligned}\tilde{r}(t) &= Re\left(r(t)e^{j2\pi(f_c+\delta_f)t}\right)\\ &= Re\left(r(t)e^{j2\pi\delta_f t}e^{j2\pi f_c t}\right)\end{aligned}$$

$r(t)$ s'exprime donc comme suit :

$$\begin{aligned}r(t) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t-\tau-mT_s)e^{j2\pi(\delta_f t - f_c\tau)} + w(t)\\ &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t-\tau-mT_s)e^{j2\pi\delta_f t + j\phi} + w(t)\end{aligned}$$

1. Bruit Blanc Additif Gaussien

Signal reçu bande de base dans le cas mono-trajet BBAG :

$$r(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t - \tau - mT_s) e^{j2\pi\delta_f t + j\phi} + w(t)$$

But :

Récupérer l'information transmise (détection des symboles a_n)

Signal reçu bande de base dans le cas mono-trajet BBAG :

$$r(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t - \tau - mT_s) e^{j2\pi\delta_f t + j\phi} + w(t)$$

But :

Récupérer l'information transmise (détection des symboles a_n)

Problème :

Les paramètres $\mathbf{p} = [\phi, \tau, T_s, \delta_f]$ sont inconnus ...

Signal reçu bande de base dans le cas mono-trajet BBAG :

$$r(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t - \tau - mT_s) e^{j2\pi\delta_f t + j\phi} + w(t)$$

But :

Récupérer l'information transmise (détection des symboles a_n)

Problème :

Les paramètres $\mathbf{p} = [\phi, \tau, T_s, \delta_f]$ sont inconnus ...

- ϕ : Déphasage entres oscillateurs aux émetteur/récepteur

  $\Rightarrow$ **Synchronisation en phase**

Signal reçu bande de base dans le cas mono-trajet BBAG :

$$r(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t - \tau - mT_s) e^{j2\pi\delta_f t + j\phi} + w(t)$$

But :

Récupérer l'information transmise (détection des symboles a_n)

Problème :

Les paramètres $\mathbf{p} = [\phi, \tau, T_s, \delta_f]$ sont inconnus ...

- ϕ : Déphasage entres oscillateurs aux émetteur/récepteur

  $\Rightarrow$ **Synchronisation en phase**

- τ : Temps de propagation du signal

  $\Rightarrow$ **Synchronisation en temps**

Signal reçu bande de base dans le cas mono-trajet BBAG :

$$r(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t - \tau - mT_s) e^{j2\pi\delta_f t + j\phi} + w(t)$$

But :

Récupérer l'information transmise (détection des symboles a_n)

Problème :

Les paramètres $\mathbf{p} = [\phi, \tau, T_s, \delta_f]$ sont inconnus ...

- ϕ : Déphasage entres oscillateurs aux émetteur/récepteur
  $\Rightarrow$ **Synchronisation en phase**
- τ : Temps de propagation du signal
  $\Rightarrow$ **Synchronisation en temps**
- T_s : Rythme symbole
  $\Rightarrow$ **Synchronisation du rythme**

Signal reçu bande de base dans le cas mono-trajet BBAG :

$$r(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t - \tau - mT_s) e^{j2\pi\delta_f t + j\phi} + w(t)$$

But :

Récupérer l'information transmise (détection des symboles a_n)

Problème :

Les paramètres $\mathbf{p} = [\phi, \tau, T_s, \delta_f]$ sont inconnus ...

- ϕ : Déphasage entres oscillateurs aux émetteur/récepteur

  $\Rightarrow$ **Synchronisation en phase**

- τ : Temps de propagation du signal

  $\Rightarrow$ **Synchronisation en temps**

- T_s : Rythme symbole

  $\Rightarrow$ **Synchronisation du rythme**

- δ_f : Décalage en fréquence (effet Doppler, différences f_c émetteur/récepteur)

  $\Rightarrow$ **Synchronisation en fréquence**

Plan

Plan

Plan

Problématique

- **Approche retenue pour la synchronisation**
  - Estimations des paramètres $[\tau, T_s]$ et $[\phi, \delta_f]$ réalisées séparément
  - Erreur sur $[\tau, T_s]$ négligée : **paramètres connus**

- **Autre approche possible**
  - Estimations conjointe des paramètres $[\tau, T_s, \phi, \delta_f]$
  - plus complexe, non abordé en cours

Avant de commencer ...

• Expression de $r(t)$

$$\begin{aligned} r(t) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t - mT_s) e^{j2\pi\delta_f t + j\phi} + w(t) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t - mT_s) e^{j\phi(t)} + w(t) \end{aligned}$$

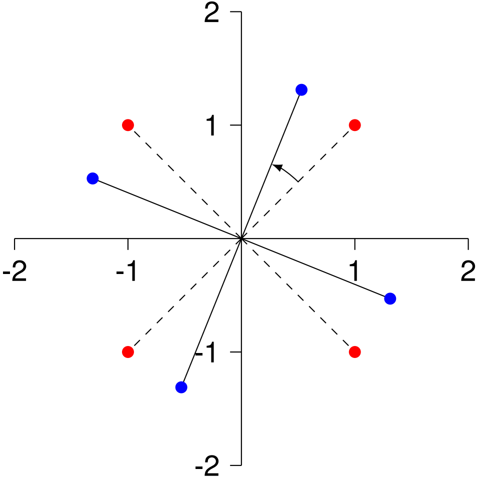
• En supposant que $h(t)$ vérifie le critère de Nyquist, un décalage fréquentiel $\delta_f \ll T_s^{-1}$ et une transmission sans bruit.

Représenter la constellation $r_k = r(kT_s)$ pour des symboles 4-QAM dans les cas suivants :

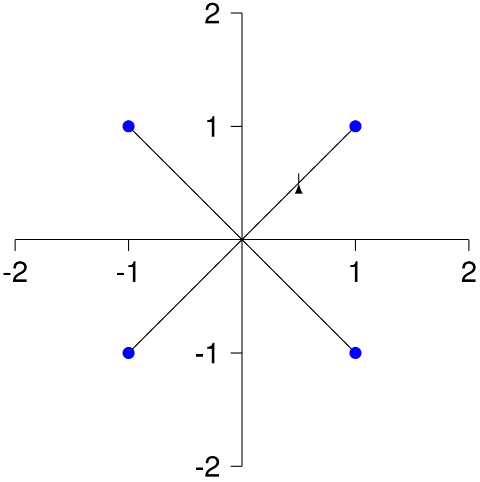
→ Déphasage constant $\phi(t) = \phi$

→ Déphasage variant linéairement dans le temps $\phi(t) = 2\pi\delta_f t + \phi_0$

Déphasage constant



Déphasage variant linéairement dans le temps



Plan

On se concentre ici sur le cas d'une porteuse non modulée (avec $s(t) = 1, \forall t \in \mathbb{R}$), le cas d'une porteuse modulée par un signal sera traité ensuite.

On se concentre ici sur le cas d'une porteuse non modulée (avec $s(t) = 1, \forall t \in \mathbb{R}$), le cas d'une porteuse modulée par un signal sera traité ensuite.

Expression de $r(t)$

$$r(t) = e^{j\phi(t)} + w(t) \quad \text{où} \quad \phi(t) = 2\pi\delta_f t + \phi_0.$$

$\rightarrow$ **On veut estimer** $\phi(t)$

On se concentre ici sur le cas d'une porteuse non modulée (avec $s(t) = 1, \forall t \in \mathbb{R}$), le cas d'une porteuse modulée par un signal sera traité ensuite.

Expression de $r(t)$

$$r(t) = e^{j\phi(t)} + w(t) \quad \text{où} \quad \phi(t) = 2\pi\delta_f t + \phi_0.$$

$\rightarrow$ **On veut estimer $\phi(t)$**

Expression de r_k (après échantillonnage de $r(t)$ avec une période T_e)

Sous l'hypothèse $\delta_f \in \left]\dfrac{-1}{2T_e}, \dfrac{1}{2T_e}\right[$ (non-repliement)

$$r_k = e^{j\phi_k} + w_k \quad \text{où} \quad \phi_k = 2\pi\delta_f kT_e + \phi_0.$$

$\rightarrow$ **On veut estimer ϕ_k**

Hypothèse supplémentaire

- On fait l'hypothèse suivante :

$$\delta_f T_e \ll 1$$

$\Rightarrow \phi_k \simeq \phi$, la variable ϕ est inconnue aussi

$$r_k = e^{j\phi} + w_k$$

Vecteur des observations : $\mathbf{r}_k = (r_0, r_1, \ldots, r_k)$

Hypothèse supplémentaire

- On fait l'hypothèse suivante :

$$\delta_f T_e \ll 1$$

$\Rightarrow \phi_k \simeq \phi$, la variable ϕ est inconnue aussi

$$r_k = e^{j\phi} + w_k$$

Vecteur des observations : $\mathbf{r}_k = (r_0, r_1, \ldots, r_k)$
Le canal étant ABBG et les échantillons de bruits iid $\mathcal{CN}(0, \sigma^2)$

$$p(\mathbf{r}_k|\phi) =$$

Hypothèse supplémentaire

- On fait l'hypothèse suivante :

$$\delta_f T_e \ll 1$$

$\Rightarrow \phi_k \simeq \phi$, la variable ϕ est inconnue aussi

$$r_k = e^{j\phi} + w_k$$

Vecteur des observations : $\mathbf{r}_k = (r_0, r_1, \ldots, r_k)$
Le canal étant ABBG et les échantillons de bruits iid $\mathcal{CN}(0, \sigma^2)$

$$p(\mathbf{r}_k|\phi) = \prod_{n=0}^{k} \frac{1}{\sigma^2 \pi} \exp\left(-\frac{\left|r_n - e^{j\phi}\right|^2}{\sigma^2}\right)$$

Hypothèse supplémentaire

- On fait l'hypothèse suivante :

$$\delta_f T_e \ll 1$$

$\Rightarrow \phi_k \simeq \phi$, la variable ϕ est inconnue aussi

$$r_k = e^{j\phi} + w_k$$

Vecteur des observations : $\mathbf{r}_k = (r_0, r_1, \dots, r_k)$
Le canal étant ABBG et les échantillons de bruits iid $\mathcal{CN}(0, \sigma^2)$

$$p(\mathbf{r}_k|\phi) = \prod_{n=0}^{k} \frac{1}{\sigma^2\pi} \exp\left(-\frac{\left|r_n - e^{j\phi}\right|^2}{\sigma^2}\right)$$

Devoir Maison - Estimation de ϕ par maximum de vraisemblance

$\hat{\phi}_k$ est la valeur de ϕ vérifiant $\dfrac{\partial}{\partial\phi} ln\left(p(\mathbf{r}_k|\phi)\right) = 0$.

Hypothèse supplémentaire

- On fait l'hypothèse suivante :

$$\delta_f T_e \ll 1$$

$\Rightarrow \phi_k \simeq \phi$, la variable ϕ est inconnue aussi

$$r_k = e^{j\phi} + w_k$$

Vecteur des observations : $\mathbf{r}_k = (r_0, r_1, \ldots, r_k)$
Le canal étant ABBG et les échantillons de bruits iid $\mathcal{CN}(0, \sigma^2)$

$$p(\mathbf{r}_k|\phi) = \prod_{n=0}^{k} \frac{1}{\sigma^2 \pi} \exp\left(-\frac{\left|r_n - e^{j\phi}\right|^2}{\sigma^2}\right)$$

Devoir Maison - Estimation de ϕ par maximum de vraisemblance

$\hat{\phi}_k$ est la valeur de ϕ vérifiant $\frac{\partial}{\partial \phi} ln\left(p(\mathbf{r}_k|\phi)\right) = 0$.

$$\textbf{Montrer que } \hat{\phi}_k = \arg\left(\sum_{n=0}^{k} r_n\right) \mod \pi$$

Calcul récursif du Maximum de vraisemblance

But : calculer $\hat{\phi}_k$ à partir de $\hat{\phi}_{k-1}$

$\rightsquigarrow$ **Analyse à convergence**

Calcul récursif du Maximum de vraisemblance

But : calculer $\hat{\phi}_k$ à partir de $\hat{\phi}_{k-1}$

$\rightsquigarrow$ **Analyse à convergence**

Quelque soit $k > 0$ on a

$$\sum_{n=0}^{k} Im(r_n e^{-j\hat{\phi}_k}) = 0$$

Calcul récursif du Maximum de vraisemblance

But : calculer $\hat{\phi}_k$ à partir de $\hat{\phi}_{k-1}$

$\rightsquigarrow$ **Analyse à convergence**

Quelque soit $k > 0$ on a

$$\sum_{n=0}^{k} Im(r_n e^{-j\hat{\phi}_k}) = 0 = \sum_{n=0}^{k} Im(r_n e^{j(\hat{\phi}_{k-1}-\hat{\phi}_k)-j\hat{\phi}_{k-1}})$$

Calcul récursif du Maximum de vraisemblance

But : calculer $\hat{\phi}_k$ à partir de $\hat{\phi}_{k-1}$

$\rightsquigarrow$ **Analyse à convergence**

Quelque soit $k > 0$ on a

$$\sum_{n=0}^{k} Im(r_n e^{-j\hat{\phi}_k}) = 0 = \sum_{n=0}^{k} Im(r_n e^{j(\hat{\phi}_{k-1} - \hat{\phi}_k) - j\hat{\phi}_{k-1}})$$

À convergence $\left|\hat{\phi}_k - \hat{\phi}_{k-1}\right| = \epsilon \ll 1 \Rightarrow Im(ze^{j\epsilon}) \sim Im(z) + \epsilon Re(z)$

Calcul récursif du Maximum de vraisemblance

But : calculer $\hat{\phi}_k$ à partir de $\hat{\phi}_{k-1}$

$\rightsquigarrow$ **Analyse à convergence**

Quelque soit $k > 0$ on a

$$\sum_{n=0}^{k} Im(r_n e^{-j\hat{\phi}_k}) = 0 = \sum_{n=0}^{k} Im(r_n e^{j(\hat{\phi}_{k-1}-\hat{\phi}_k)-j\hat{\phi}_{k-1}})$$

À convergence $\left|\hat{\phi}_k - \hat{\phi}_{k-1}\right| = \epsilon \ll 1 \Rightarrow Im(ze^{j\epsilon}) \sim Im(z) + \epsilon Re(z)$

$\Rightarrow \hat{\phi}_k$ **peut s'écrire récursivement :**

$$\hat{\phi}_k = \hat{\phi}_{k-1} + \mu_k Im(r_k e^{-j\hat{\phi}_{k-1}}) \quad \text{avec} \quad \mu_k^{-1} = \sum_{n=0}^{k} Re(r_n e^{-j\hat{\phi}_{k-1}})$$

Calcul récursif du Maximum de vraisemblance

But : calculer $\hat{\phi}_k$ à partir de $\hat{\phi}_{k-1}$

$\rightsquigarrow$ **Analyse à convergence**

Quelque soit $k > 0$ on a

$$\sum_{n=0}^{k} Im(r_n e^{-j\hat{\phi}_k}) = 0 = \sum_{n=0}^{k} Im(r_n e^{j(\hat{\phi}_{k-1}-\hat{\phi}_k)-j\hat{\phi}_{k-1}})$$

À convergence $\left|\hat{\phi}_k - \hat{\phi}_{k-1}\right| = \epsilon \ll 1 \Rightarrow Im(ze^{j\epsilon}) \sim Im(z) + \epsilon Re(z)$

$\Rightarrow \hat{\phi}_k$ **peut s'écrire récursivement :**

$$\hat{\phi}_k = \hat{\phi}_{k-1} + \mu_k Im(r_k e^{-j\hat{\phi}_{k-1}}) \quad \text{avec} \quad \mu_k^{-1} = \sum_{n=0}^{k} Re(r_n e^{-j\hat{\phi}_{k-1}})$$

Cette relation est parfois appelée **boucle à verrouillage de phase à temps discret**.

Plan

Dans notre cas, **la porteuse est modulée**

$$r(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t - mT_s) e^{j2\pi \phi(t)} + w(t)$$

$\Rightarrow$ **On ne peut pas utiliser directement la méthode précédente sur ce signal !**

Dans notre cas, **la porteuse est modulée**

$$r(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m h(t - mT_s) e^{j2\pi\phi(t)} + w(t)$$

$\Rightarrow$ **On ne peut pas utiliser directement la méthode précédente sur ce signal !**

Les solutions proposées sont les suivantes :

- $\rightarrow$ Boucle à quadrature
- $\rightarrow$ Boucle avec séquence d'apprentissage
- $\rightarrow$ Boucle à remodulation