Module TS 205
Principes des communications multiporteuses
Introduction à l'OFDM

Romain Tajan

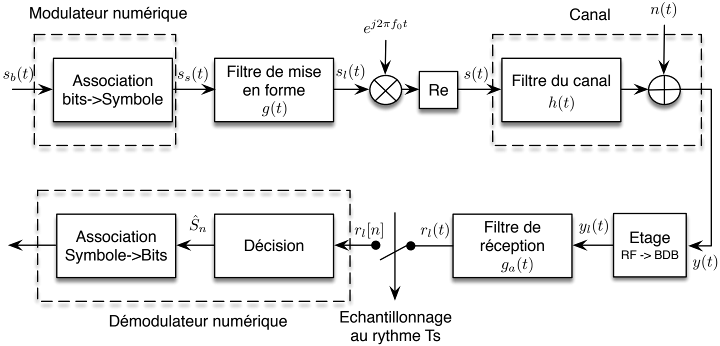
IMS, Groupe Signal et Image

Plan

- Communications de base (canal AWGN),
- **Modélisation des canaux sans-fil**,
- **Techniques des communications numériques haut débit**.
- Organisation :
  - 5h20 de cours,
  - 8h de TP
- Évaluation : Examen écrit + TP

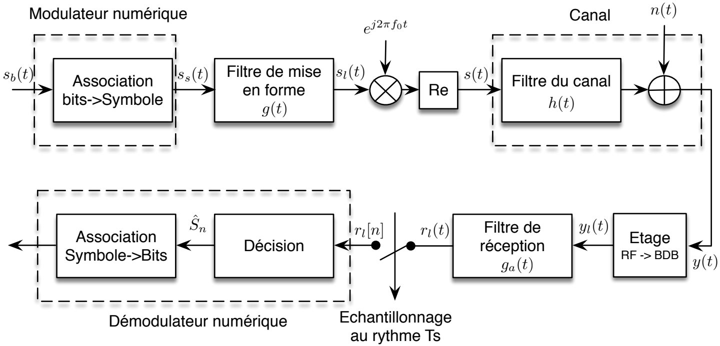
Plan

Orthogonalité mono-porteuse



Critère de Nyquist + filtrage adapté :

$$\int_{\mathbb{R}} g(t-kT_s)g^*(t-k'T_s)dt = R_g[0]\delta_{k,k'}$$



$$r_l[n] = \sum_{k\in\mathbb{Z}} S_k v_{n-k} + n_l[n] \text{ avec } v(t) = g(t) * h(t) * g_a(t),$$

- si $h(t) = \delta(t)$, Nyquist $\Rightarrow r_l[n] = S_n v_0 + n_l[n]$
- si $h(t) \neq \delta(t) \Rightarrow r_l[n] = v_0 S_n + \sum_{l=1}^{L-1} v_l S_{n-l} + n_l[n]$

Pour combattre l'IES il faut égaliser le canal :

- ▷ Maximum de vraisemblance ⇒ Algorithme de Viterbi
- ▷ Egaliseur à retour de décision (DFE)
- ▷ Egaliseur de Wiener
- ▷ Egaliseur de forçage à zéro

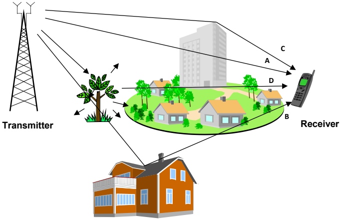
Problèmes : étape d'autant plus complexe que le canal est sélectif en fréquence et performances mitigées.

But des systèmes multi-porteuses

Diminuer la complexité de l'égaliseur.

Plan

Modélisation déterministe du canal



La puissance perdue lors de la propagation est dûe :

- A la distance entre Tx et Rx (grande échelle),
- A l'environnement (effet de masquage - moyenne échelle),
- A la mobilité de Tx et/ou Rx $\Rightarrow$ Temps de cohérence T_c,
- Aux multi-trajets $\Rightarrow$ Bande de cohérence B_c.

Soit $s(t)$ le signal transmis, le signal reçu s'écrit : $y(t) = \int_{\mathbb{R}} h(\tau, t)s(t-\tau)d\tau$

Enveloppe complexe du signal reçu : $y_l(t) = \int_{\mathbb{R}} h_l(\tau, t)s_l(t-\tau)d\tau$

$h_l(\tau, t) \in \mathbb{C}$: **enveloppe complexe équivalente** du canal

Auto-corrélation de la réponse impulsionnelle

Définition

$$R_h(\tau, t, \Delta\tau, \Delta t) = \mathbb{E}\left[h_l(\tau, t)\, h_l^*(\tau + \Delta\tau, t + \Delta t)\right]$$

Hypothèses :

- Stationnarité : $R_h(\tau, t, \Delta\tau, \Delta t)$ ne dépend pas de t
- En l'**absence de trajet direct** $h(\tau, t) \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_\tau^2)$ (Canal Rayleigh)
- $h(\tau, t)$ indépendant de $h(\tau + \Delta\tau, t + \Delta t)$ si $\Delta\tau \neq 0$

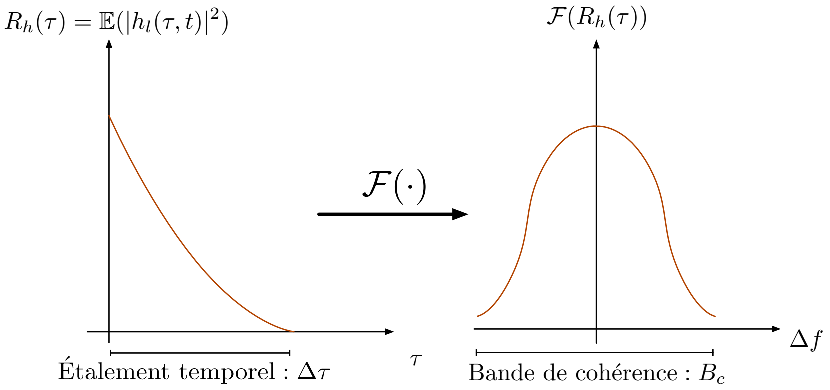
On montre que :

$$R_h(\tau, t, \Delta\tau, \Delta t) = R_h(\tau, \Delta t)\delta(\Delta\tau)$$

Auto-corrélation de la réponse impulsionnelle

Énergie reçue pour le trajet de retard τ :

$$R_h(\tau) = \mathbb{E}\left[\left|h_l(\tau, t)\right|^2\right]$$



Sélectivité fréquentielle

Bande de cohérence

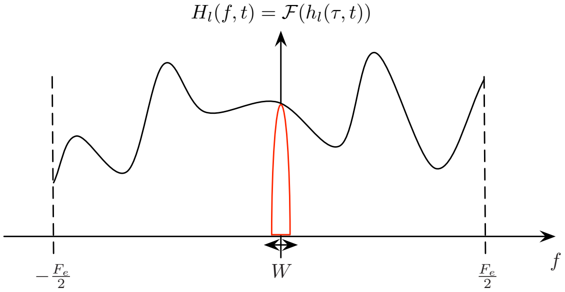
Définie comme l'**inverse de l'étalement temporel** $\Delta\tau$: $B_c = \frac{1}{\Delta\tau}$.

Soit W la largeur de bande du signal émis :

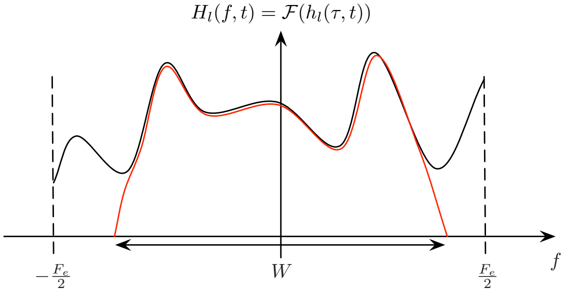
- $W \ll B_c \Rightarrow$ le canal de propagation est **non sélectif en fréquence**.
- $W > B_c \Rightarrow$ le canal de propagation est **sélectif en fréquence**.
- $T_s \gg \Delta\tau \Rightarrow$ le canal est **non sélectif en fréquence**
- $T_s < \Delta\tau \Rightarrow$ le canal est **sélectif en fréquence**

Les systèmes de communications haut débit sont plus complexes à mettre en oeuvre que les systèmes bas débit.

Sélectivité fréquentielle



Sélectivité fréquentielle



Auto-corrélation de la fonction de transfert

Définition

$$R_H(f,t,\Delta f,\Delta t) = \mathbb{E}\left[H_l\left(f,t\right) H_l^*\left(f+\Delta f, t+\Delta t\right)\right]$$

Hypothèses :

- Stationnarité : $R_h(\tau, t, \Delta\tau, \Delta t)$ ne dépend pas de t
- En l'**absence de trajet direct** $h(\tau, t) \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_\tau^2)$ (Canal Rayleigh)
- $h(\tau, t)$ indépendant de $h(\tau + \Delta\tau, t + \Delta t)$ si $\Delta\tau \neq 0$

On montre que :

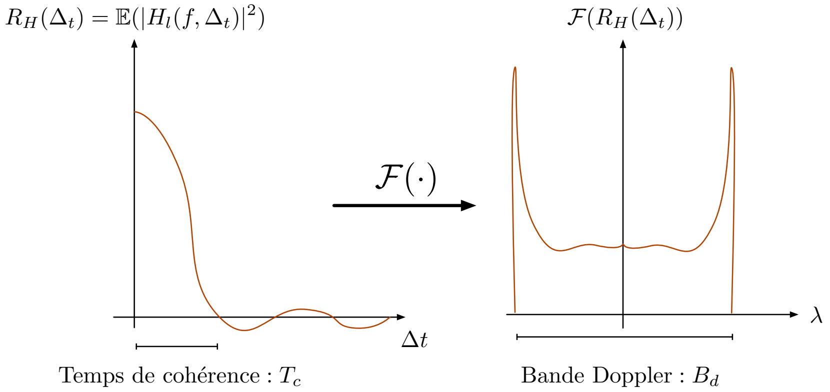
$$R_H(f,t,\Delta f,\Delta t) = \mathcal{F}\left(R_H\left(\tau,\Delta t\right)\right)$$

ne dépend que de Δf et Δt.

Auto-corrélation de la fonction de transfert

Énergie reçue autour de la fréquence f, à l'instant Δ_t :

$$R_H(\Delta_t) = \mathbb{E}\left[|H_l(f, \Delta t)|^2\right]$$



Sélectivité temporelle

Vitesse relative entre Tx et Rx $\Rightarrow$ décalage de fréquence (effet Doppler) $f_d = v\frac{f_c}{c}$

Bande Doppler : $B_d = [-f_d, f_d]$ le **temps de cohérence** vaut alors $T_c = \frac{1}{B_d}$.

Soit T_p la durée d'un paquet, on peut classifier le canal de la façon suivante :

- Si $T_p \ll T_c$ le canal est dit **non sélectif en temps**,
- Si $T_p < T_c$: **évanouissements lents**,
- Si $T_p > T_c$: **évanouissements rapides**,

Les systèmes de communications sans-fil terrestres mobiles sont en général non sélectif en temps.

Conclusion Sélectivité

B_c — Bande Passante, W

T_c — Durée paquet, T_p

	Canal plat $y_l(t) = h_0.s_l(t) + n_l(t)$	**Canal sélectif en fréquence** $y_l(t) = \int_{\mathbb{R}} h_l(\tau)s_l(t-\tau)d\tau + n_l(t)$
	Canal sélectif en temps $y_l(t) = h_l(t)s_l(t) + n_l(t)$	**Canal doublement sélectif** $y_l(t) = \int_{\mathbb{R}} h_l(\tau, t)s_l(t-\tau)d\tau + n_l(t)$

- Les systèmes de communications sans-fil terrestres mobiles sont en général non sélectif en temps.
- **Sélectivité en fréquence** $\Rightarrow$ **Égalisation du canal**
- **Égalisation du canal** $\Rightarrow$ **Récepteur plus complexe**.

Solution ?

Communications sans fil multi-porteuses (systèmes OFDM : Orthogonal Frequency Division Multiplexing).

Mobile 4G LTE / LTE-A, 5G, **Diffusion TV** (DVB-T / DVB-T2), ADSL, WiFi

Plan

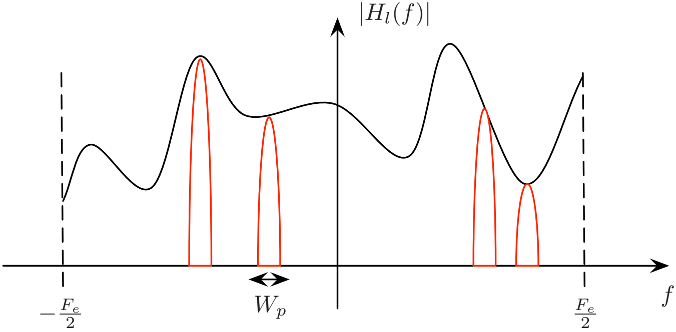
- Rappel : Bande requise (W) = débit symbole ($\frac{1}{T_s}$)
- Idée : Diviser la suite de symboles série en N sous-suites de symboles parallèles portées par N sous-porteuses de fréquence $f_n, n \in [0, N-1]$ différentes.
- Si T_{sp} désigne le nouveau temps symbole, alors $\Rightarrow T_{sp} = NT_s$ et N choisi tel que :

$$W_p \ll B_c$$

$\Rightarrow$ Absence d'IES à l'échelle de chaque sous-suite !

Allure fréquentielle

$$H_l(f) = TF(h_l[n])$$
$h_l[n]$ n^{ieme} échantillon de $h_l(t)$
enveloppe complexe de $h(t)$



Architecture multi-porteuses

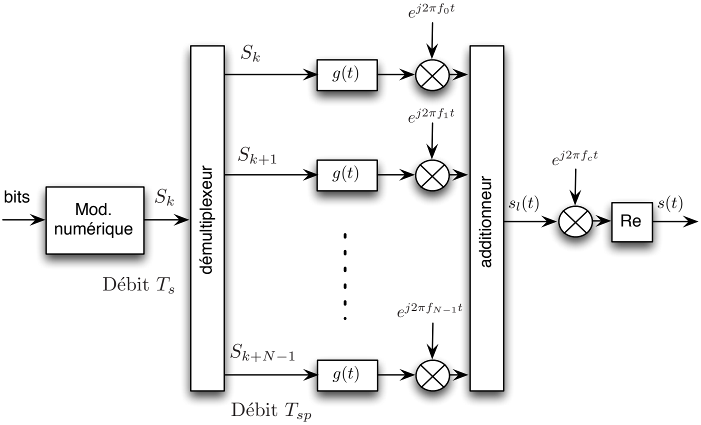


FIGURE – Emetteur analogique multi-porteuses

Ecriture formelle

$$s_l(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \sum_{n=0}^{N-1} S_{n+kN} g(t - kNT_{sp}) e^{j2\pi f_n t}$$

Notations :

- T_s : temps symbole,
- N : nombre de sous-porteuses,
- $T_{sp} = NT_s$: temps symbole multi-porteuses (MP),
- $\sum_{n=0}^{N-1} S_{n+kN} g(t - kT_{sp}) e^{j2\pi f_n t}$: k^{ieme} symbole MP.

Ecriture formelle

Pour alléger l'écriture, on note :

- $S_{n+kN} = S_{n,k}$,
- $g_{n,k}(t) = g(t - kT_{sp})e^{j2\pi f_n t}$: filtre temps/fréquence.

$$s_l(t) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} \sum_{n=0}^{N-1} S_{n,k} g_{n,k}(t)$$

$\Rightarrow$ par rapport au cas mono-porteuse, il faut annuler l'IES dans le temps, mais également en fréquence.

Orthogonalité Temps/Fréquence

Orthogonalité multi-porteuses

$$< g_{n,k}(t), g^*_{n',k'}(t) >= \alpha \delta_{n,n'} \delta_{k,k'}$$

α : constante dépendant de $g(t)$ et du temps symbole,
$\alpha = 1 \Rightarrow$ filtre temps/fréquence normalisé.

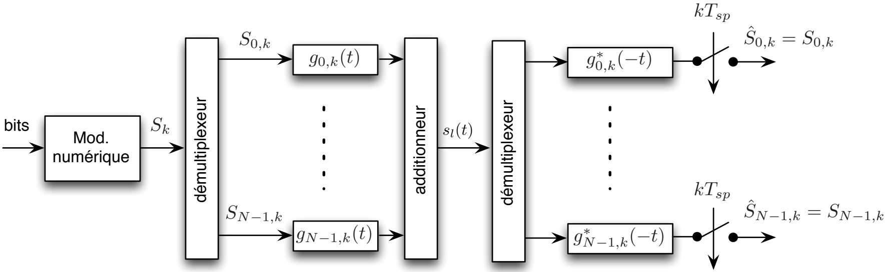


FIGURE – Architecture analogique BDB sans distorsions

Choix du filtre et espacement entre sous-porteuses

Choix du filtre, dualité temps/fréquence :

- support temporel borné $\Rightarrow$ DSP à énergie non-bornée,
- support temporel non-borné $\Rightarrow$ DSP à énergie bornée,

Espacement entre sous-porteuses :

- Conditionné par le choix du filtre
- Ne pas réduire l'efficacité spectrale voire l'augmenter

$$NW_p \leq W$$

Orthogonalité à l'échelle d'une sous-porteuse : $n = n'$

$$
\begin{aligned}
< g_{n,k}(t), g^*_{n,k'}(t) > &= \int_{\mathbb{R}} g(t - kT_{sp}) e^{j2\pi f_n t} g^*(t - k'T_{sp}) e^{-j2\pi f_n t} dt \\
&= \int_{\mathbb{R}} g(t - kT_{sp}) g^*(t - k'T_{sp}) dt = \delta_{k,k'}
\end{aligned}
$$

- On retrouve la contrainte d'orthogonalité mono-porteuse,
- Satisfaite si $g_a(t) = g^*(-t)$, critrère de Nyquist et $R_g[0] = 1$,
- $g(t)$: porte, filtre en racine de cosinus sur-élevé, etc.

Orthogonalité à l'échelle d'un symbole MP : $k = k'$

On choisit $g(t)$ et $g_a(t)$ vérifiant la contrainte précédente. On cherche désormais :

$$< g_{n,k}(t), g^*_{n',k}(t) >= \int_{\mathbb{R}} g(t - kT_{sp})e^{j2\pi f_n t} g^*(t - kT_{sp})e^{-j2\pi f_{n'} t} dt = \delta_{n,n'}$$

- On note Δf l'espacement entre sous-porteuses adjacentes,
- Filtre de DSP à support borné : $\Delta f = \frac{1+\beta}{T_{sp}}$ (β : *roll − off*),
- Filtre de DSP à support non-borné : $\exists \Delta f$? vérifiant le critère ci-dessus.

Orthogonalité à l'échelle d'un symbole MP : $k = k'$

On choisit $g(t) = 1/\sqrt{T_{sp}}$ sur $0 \leq t < T_{sp}$ et 0 ailleurs.

$$
\begin{aligned}
< g_{n,k}(t), g^*_{n',k}(t) > &= \frac{1}{T_{sp}} \int_{kT_{sp}}^{(k+1)T_{sp}} e^{j2\pi f_n t} e^{-j2\pi f_{n'} t} dt \\
&= \frac{1}{T_{sp} j2\pi(f_n - f_{n'})} [e^{j2\pi(f_n - f_{n'})t}]_{kT_{sp}}^{(k+1)T_{sp}} \\
&= \frac{e^{j2\pi(f_n - f_{n'})kT_{sp}}}{T_{sp} j2\pi(f_n - f_{n'})} [e^{j2\pi(f_n - f_{n'})T_{sp}} - 1]
\end{aligned}
$$

Condition lorsque $n \neq n'$

- Orthogonal si : $(f_n - f_{n'})T_{sp} \in \mathbb{Z}^*$,
- Efficacité spectrale maximale $\Rightarrow \Delta f = \frac{1}{T_{sp}}$

Orthogonalité temps/fréquence

Résumé

- si $g(t) = \begin{cases} 1/\sqrt{T_{sp}}, \ 0 \leq t < T_{sp} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$
- et $\Delta f = \dfrac{1}{T_{sp}}$

alors

$$< g_{n,k}(t), g^*_{n',k'}(t) >= \delta_{n,n'}\delta_{k,k'}$$

Interprétations graphiques

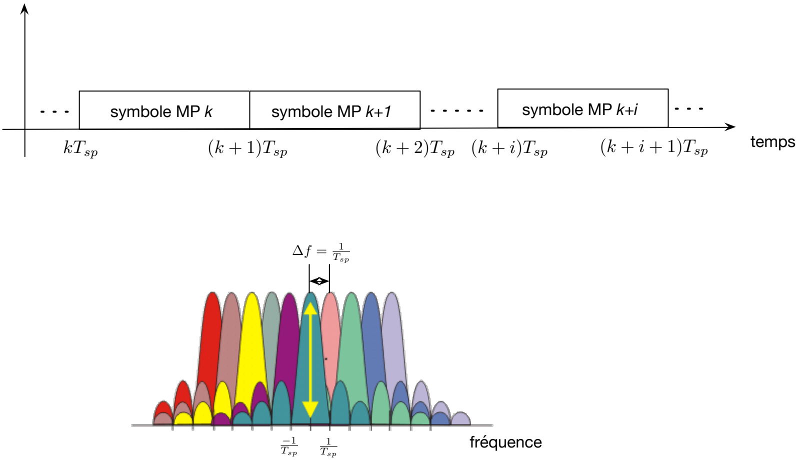


FIGURE – Interprétations graphiques de la condition d'orthogonalité

Allure d'un symbole MP

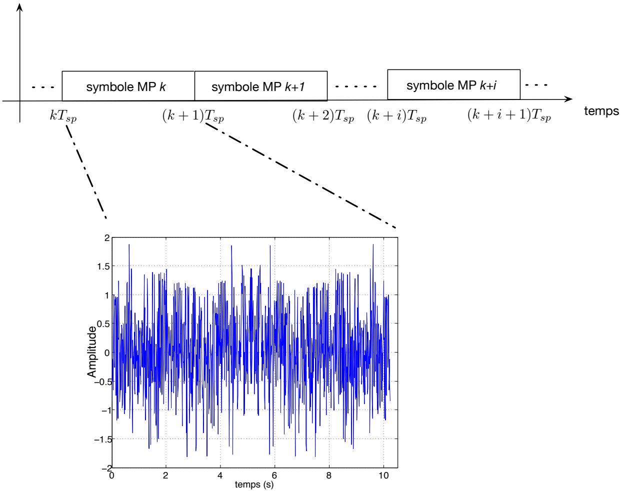


FIGURE – Allure d'un symbole multi-porteuses

Emetteur/récepteur analogique - Inconvénients

$$s_l(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \sum_{n=0}^{N-1} S_{n,k} g(t - kT_{sp}) e^{j2\pi f_n t}$$

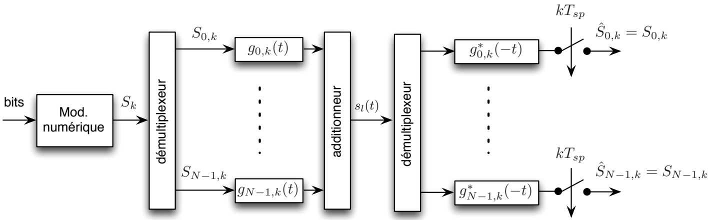


FIGURE – Architecture analogique Tx/Rx BDB

- Encombrement des N CNA et CAN, des N mélangeurs, etc,
- Consommation d'énergie importante ($\times N$ / mono-porteuse),
- Complexité de la synchronisation fréquentielle au récepteur.

Plan

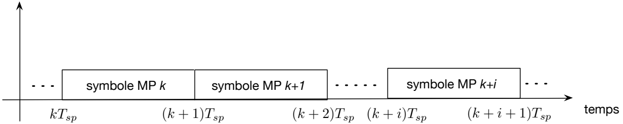
OFDM

OFDM : Orthogonal Frequency Division Multiplexing

- Contourne les inconvénients de l'architecture analogique,
- Génération numérique des symboles MP $\Rightarrow$ symbole OFDM,
- Fréquence d'échantillonnage de $s_l(t)$: $F_e = D_s$, soit $T_e = T_s$,
- $\Delta f = \frac{1}{T_{sp}} \Rightarrow f_n = n\Delta f = \frac{n}{T_{sp}}$, $n \in [0, N-1]$
- $g(t) = 1/\sqrt{T_{sp}}\ 0 \leq t < T_{sp}$ et 0 ailleurs :

$$\Rightarrow g[u] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{u=0}^{N-1} \delta[u-1]$$

Symbole OFDM



- Temporellement : symboles OFDM orthogonaux au sens du non-chevauchement $\Rightarrow$ on considère le k^{ieme} symbole OFDM $s_{l,k}(t) = s_l(t)$ $t \in [kT_{sp}, (k+1)T_{sp}[$,

$$s_{l,k}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} S_{n,k} g(t - kT_{sp}) e^{j2\pi f_n t}$$

- Le p^{ieme} (p entier $\in [0, N-1]$) échantillon du k^{ieme} symbole OFDM s'écrit :

$$s_{l,k}(pT_e) = s_{l,k}[p] = \sum_{n=0}^{N-1} S_{n,k} g(kT_{sp} + pT_e - kT_{sp}) e^{j2\pi f_n (kT_{sp} + pT_e)}$$

Symbole OFDM

Sachant que

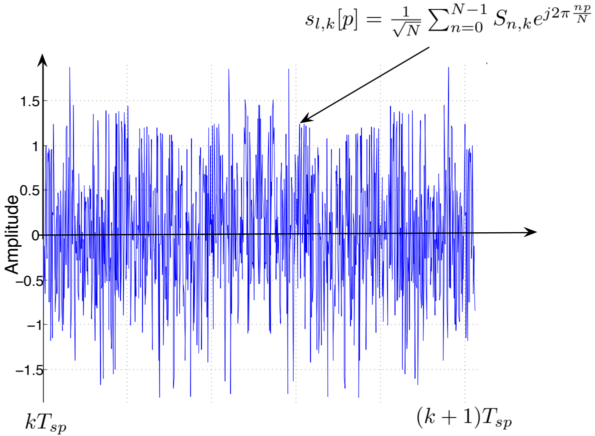
- $f_n = \frac{n}{T_{sp}}$, $n \in [0, N-1]$,
- $T_e = T_s = \frac{T_{sp}}{N}$,
- $g[p] = \frac{1}{\sqrt{N}}\ \forall p \in [0, N-1]$,

$$s_{l,k}[p] = \sum_{n=0}^{N-1} S_{n,k} g(kT_{sp} + pT_e - kT_{sp}) e^{j2\pi f_n (kT_{sp} + pT_e)}$$

se réécrit ainsi :

$$\begin{aligned} s_{l,k}[p] &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} S_{n,k} e^{j2\pi \frac{n}{T_{sp}}(kT_{sp} + p\frac{T_{sp}}{N})} \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} S_{n,k} e^{j2\pi \frac{np}{N}} \end{aligned}$$

Symbole OFDM



Symbole OFDM

Résumé

- Le p^{ieme} (p entier $\in [0, N-1]$) échantillon du k^{ieme} symbole OFDM s'obtient par TDFI des N symboles (PSK, QAM, etc.) à émettre.
- En pratique, $N = 2^r$ ($r \in \mathbb{N}^*$) $\Rightarrow$ IFFT.

$$s_{l,k}[p] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} S_{n,k} e^{j2\pi \frac{np}{N}}$$

- Écriture matricielle :

$$\underline{s}_k = \underline{F}^H \underline{S}_k$$

- $\underline{s}_k$: vecteur ($N \times 1$) des échantillons du k^{ieme} symbole OFDM,
- $\underline{F}$: matrice de Fourier ($N \times N$), $\underline{F}(i,j) = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j2\pi \frac{ij}{N}}$,
- $\underline{S}_k$: vecteur ($N \times 1$) des N symboles à émettre.

Emetteur numérique OFDM

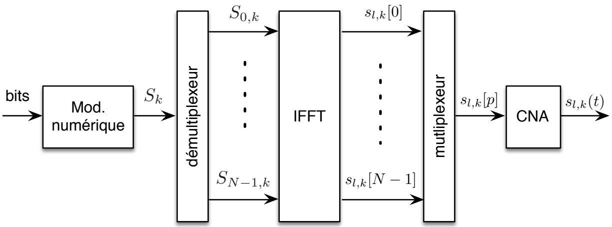


FIGURE – Emetteur numérique OFDM

Les symboles OFDM sont générés par bloc à partir d'un nombre de symboles $\leq N$

Récepteur numérique OFDM

- On note $r_{l,k}(t)$ le signal correspondant à la réception de $s_{l,k}(t)$,
- Hypothèse : Synchronisations parfaites (temps/fréquence),

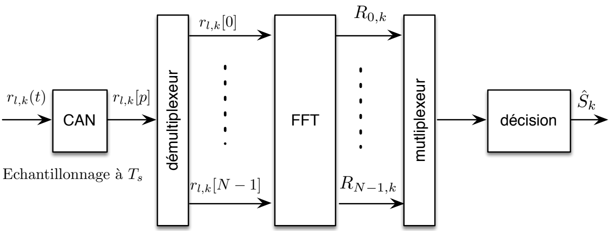


FIGURE – Récepteur numérique OFDM

- Ecriture matricielle :

$$\underline{R}_k = \underline{F}\,\underline{r}_k$$

- $\underline{R}_k$: vecteur $(N \times 1)$ des symboles détectés du k^{ieme} symbole OFDM,
- $\underline{r}_k$: vecteur $(N \times 1)$ des N échantillons de $r_{l,k}(t)$

Insertion du canal

- Hypothèse : Synchronisations parfaites (temps/fréquence),

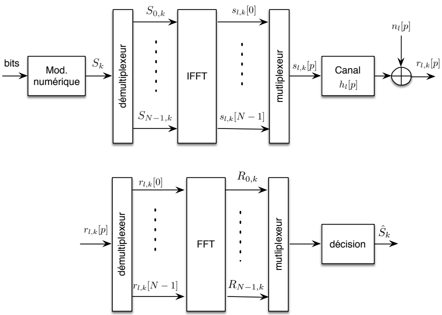


FIGURE – Tx/Rx numérique OFDM BDB

- Émission d'une suite de K symboles OFDM $\Rightarrow$ Trame OFDM

$$r_l[p] = h_l[p] * s_l[p] + n_l[p]$$

Insertion du canal

- Sans distorsions : $r_l[p] = s_l[p] \Rightarrow$ détection parfaite,
- Canal AWGN : $r_l[p] = s_l[p] + n_l[p]$
  $\Rightarrow$ performances (P_b) similaires / mono-porteuse,

$$n_l[p] \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_l^2) + \text{ Blanc},$$

  Attention : FFT non normalisée $\Rightarrow$ variance du bruit après FFT $\neq \sigma_l^2$ (voir TP)
- Canal Rice, Rayleigh : $r_l[p] = h_l[p] * s_l[p] + n_l[p]$
  $\Rightarrow$ Perte d'orthogonalité temporelle

Insertion du canal

OFDM $\Rightarrow$ Canal sélectif en fréquence$\Rightarrow$ Perte d'orthogonalité temporelle

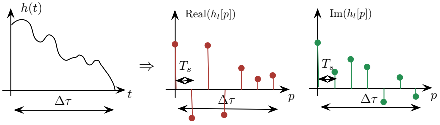


FIGURE – Enveloppe complexe du canal de propagation

$$h_l[p] = \sum_{u=0}^{L-1} h_u \delta[p-u]$$

- $h_l[p] \in \mathbb{C}$: Rayleigh ou Rice (NLOS, LOS),
- $L = \lfloor \frac{\Delta\tau}{T_s} \rfloor$
- Idée : insérer un intervalle de garde entre chaque symbole OFDM $\underline{s}_k$.

Intervalle de garde

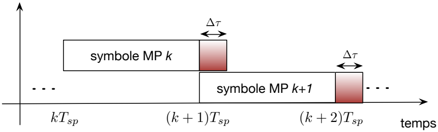


FIGURE – Perte d'orthogonalité temporelle

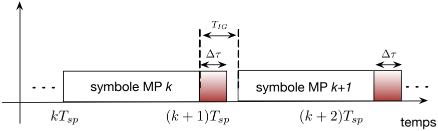


FIGURE – Conservation de l'orthogonalité temporelle

- $T_{IG} \geq \Delta\tau$
- Inconvénients : 1/ perte d'efficacité spectrale $\frac{T_{IG}}{T_{sp}+T_{IG}}$, 2/accélération du vieillissement, effet ON/OFF

Prefixe cyclique

- Pour limiter la perte d'efficacité spectrale : $T_{IG} \ll T_{sp}$,
- Pour supprimer le second inconvénient : **Préfixe cyclique** (PC)
- Si note $D = \lfloor \frac{T_{IG}}{T_s} \rfloor$, insérer un prefixe cylcique dans l'IG revient à recopier les D derniers échantillons de chaque symbole OFDM dans l'IG qui le précède.

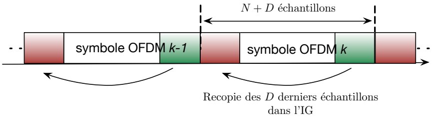


FIGURE – Insertion du prefixe cyclique

- Le prefixe cylcique s'insère symbole OFDM après symbole OFDM

Préfixe cyclique - Matrice circulante

- Insérer un prefixe cyclique présente un autre avantage : cela rend circulaire la convolution du canal de propagation

$$\underline{s}_k = [s_{l,k}[0], s_{l,k}[1], \ldots, s_{l,k}[N-1]]^T$$

- après l'insertion du PC :

$$[s_{l,k}[N-D], \ldots, s_{l,k}[N-1], s_{l,k}[0], s_{l,k}[1], \ldots, s_{l,k}[N-1]]^T$$

- Sachant $r_l[p] = h_l[p] * s_l[p] + n_l[p]$ avec $h_l[p] = \sum_{u=0}^{L-1} h_u \delta[p-u]$, le vecteur $\underline{r}_k$ s'écrit :

$$\underline{r}_k = \underline{H}_1 \underline{s}_{k-1/k} + \underline{H}_2 \underline{s}_k + \underline{n}_k$$

Préfixe cyclique - Convolution circulaire

$$
\underline{r}_k = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & h_{L-1} & \dots & h_1 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & h_{L-1} \\ \vdots & & & & & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & & & \dots & 0 \end{pmatrix}_{N\times N} \begin{pmatrix} s_{l,k-1}[D] \\ \vdots \\ s_{l,k-1}[N-1] \\ s_{l,k}[N-D] \\ \vdots \\ s_{l,k}[N-1] \end{pmatrix} +
$$

$$
\begin{pmatrix} h_0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ h_{L-1} & & \ddots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_{L-1} & \dots & h_0 \end{pmatrix}_{N\times N} \begin{pmatrix} s_{l,k}[0] \\ s_{l,k}[1] \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ s_{l,k}[N-1] \end{pmatrix} + \underline{n}_k
$$

- ▷ Matrices de convolution (structure Toeplitz)

Préfixe cyclique - Convolution circulaire

$$\underline{r}_k = \underbrace{\begin{pmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 & h_{L-1} & \dots & h_1 \\ \vdots & \ddots & & & & \ddots & \vdots \\ h_{L-1} & & \ddots & & & & h_{L-1} \\ 0 & \ddots & & \ddots & & & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & h_{L-1} & \dots & h_0 \end{pmatrix}_{N\times N}}_{\underline{H}_{cir}} \underbrace{\begin{pmatrix} s_{l,k}[0] \\ s_{l,k}[1] \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ s_{l,k}[N-1] \end{pmatrix}}_{\underline{s}_k} + \underline{n}_k$$

- Transformation d'une matrice Toeplitz en matrice circulante,
- Transformation d'une convolution en une convolution circulaire,

$$\underline{r}_k = \underline{H}_{cir}\underline{s}_k + \underline{n}_k$$

Préfixe cyclique - Convolution circulaire

- Finalement :

$$\begin{aligned}\underline{R}_k &= \underline{F}\underline{r}_k \\ &= \underline{F}(\underline{H}_{cir}\underline{s}_k + \underline{n}_k) \\ &= \underline{F}\underline{H}_{cir}\underline{F}^H\underline{S}_k + \underline{F}\underline{n}_k\end{aligned}$$

- Toute matrice circulante se diagonalise dans une base de vecteurs propres de Fourier :

$$\underline{F}\underline{H}_{cir}\underline{F}^H = \underline{H}_d$$

- où H_d : matrice $(N \times N)$ diagonale

$$\underline{H}_d(u,u) = \sum_{n=0}^{N-1} h_n e^{-\frac{j2\pi nu}{N}}$$

Préfixe cyclique - Convolution circulaire

- Après la démodulation OFDM (FFT), si la taille du prefixe cyclique $\geq$ étalement temporel du canal, le u^{ieme} symbole détecté (porté par le k^{ieme} symbole OFDM) vaut : $\forall u \in [0, N-1]$

$$\underline{R}_k[u] = \underline{H}_d(u,u)\underline{S}_k[u] + \underline{N}_k[u]$$

- L'effet convolutif du canal de propagation se transforme en simple multiplication en fréquence.

Tx/Rx OFDM avec préfixe cyclique

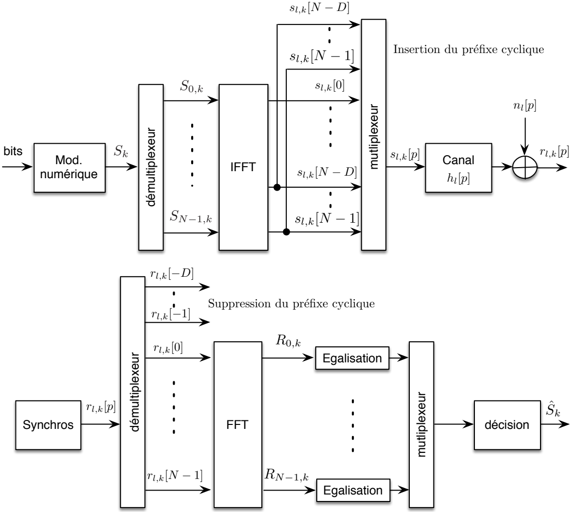


FIGURE – Architecture Tx/Rx BDB OFDM avec prefixe cyclique

Egalisation en OFDM

Simple : Il faut égaliser un coefficient !

$$\underline{R}_k[u] = \underline{H}_d(u,u)\underline{S}_k[u] + \underline{N}_k[u]$$

- filtrage adapté : $\underline{H}_d^*(u,u)$,
- Forçage à zéro : $\frac{1}{\underline{H}_d(u,u)}$
- Wiener : $\frac{\underline{H}_d^*(u,u)}{|\underline{H}_d(u,u)|^2+\sigma_l^2}$

Estimations canal, CFO en OFDM

- Trame OFDM,
- Symboles pilotes et séquences d'apprentissage,

Estimations canal, CFO en OFDM

Canal connu à l'émetteur

- Maximiser le débit à probabilité d'erreur identique sur chaque sous-porteuse
  $\Rightarrow$ Adapter les constellations M-(PSK, QAM) pour chaque sous-porteuse.
  - Si SNR élevé sur la porteuse n, alors M grand.
  - Si SNR faible sur la porteuse n, alors M petit.

OFDMA (TDD/FDD)

Dimensionnement d'un système OFDM

- N doit être choisi tel que :

$$\Delta\tau \ll T_{sp} \ll T_c$$

et

$$T_{GI} \simeq \Delta\tau$$

Pour limiter la perte d'efficacité spectrale

Avantages/Inconvénients

- Avantages :
  - Égalisation simple,
  - Architecture BDB simple (FFT/IFFT),
- Inconvénients :
  - Facteur de crête,
  - Synchronisations,
  - Perte d'efficacité spectrale,
  - Lobes secondaires importants sur les bords de la DSP

Plan

- Principes des communications haut-débit (4G, TNT, WiFi),
- Techniques de synchronisations,
- Dirty RF,
- Systèmes à antennes multiples (MIMO),
- Etalement de spectre,
- Radio-intelligente, 4G et 5G.

Plan

Bibliographie

- R. van Nee et R. Prasad, « OFDM for wireless multimedia communications », 2000.
- A. Burr, « Modulation and coding for wireless communication », 2001.
- A. Molisch, « Wideband wireless digital communication », 2001.