

Communications numériques multi-porteuses

Les systèmes OFDM

module TS205 – année 2019/2020

Romain Tajan
romain.tajan@ims-bordeaux.fr

1 Objectifs

L'objectif de ce TP de communications numériques est de mettre en pratique avec Matlab les concepts théoriques vus en cours dans le cadre du module TS205. Le TP comporte 2 parties :

1. Simulation d'un système OFDM dans le cadre d'un canal AWGN complexe,
2. Simulation d'un système CP-OFDM dans le cadre d'un canal de Rayleigh,

2 Partie 1 : OFDM sur canal AWGN complexe (OFDM_AWGN.m)

2.1 Paramètres de simulation

Pour cette partie les paramètres de simulations sont les suivants :

- Modulation numérique : BPSK (symboles iid),
- Le temps symbole $T_s = 0.05\mu s$,
- Nombre de sous-porteuses totales : $N = 128$,
- Nombre de sous-porteuses utilisées : $N_u = 128$,
- Les symboles OFDM sont modulés et démodulés en utilisant respectivement les algorithmes IFFT et FFT de Matlab,
- Une trame OFDM contient : $N_T = 500$ symboles OFDM,
- Le canal de propagation $h_l[p] = \delta[p]$,
- Le bruit est supposé blanc et $n_l[p] \sim \mathcal{N}_C(0, \sigma_{n_l}^2)$,
- les échantillons du signal OFDM et ceux du bruit sont supposés décorrélés et indépendants.

2.2 Questions

1. (Matlab) A partir des paramètres de simulation, implémenter sous Matlab la chaîne de communication. Valider votre implémentation en vous assurant que sans bruit ($\sigma_{n_l}^2 = 0$) le taux d'erreur binaire (TEB) est nul sur la réception d'une trame OFDM.
2. (Rapport + Matlab) Tracer les histogrammes (sur 100 classes) des parties réelle et imaginaire d'une trame OFDM lorsque $\sigma_{n_l}^2 = 0$. Quelle hypothèse pouvez-vous en déduire sur la densité de probabilité (pdf) d'un signal OFDM. Justifier physiquement cette hypothèse.

3. (Rapport + Matlab) Tracer les fonctions d'autocorrélations des parties réelles et imaginaires d'une trame OFDM, ainsi que la fonction d'intercorrélation de la partie réelle et imaginaire d'une trame OFDM. Quelles hypothèses pouvez-vous formuler ?
4. (Rapport + Matlab) En déduire un modèle statistique (pdf, moments d'ordre 1 et 2, etc.) d'un signal OFDM.
5. (Rapport + Matlab) Tracer la densité spectrale de puissance (DSP) de la trame OFDM en utilisant la méthode du périodogramme de Welch sans chevauchement. Tracer la DSP en utilisant un nombre de point $N_{FFT} = N$ dans un premier temps puis $N_{FFT} = 16N$ dans un second temps. Interpréter les résultats.
6. (Rapport + Matlab) Evaluer les performances de votre chaîne de communications numériques (OFDM_AWGN_TEB.m). Pour cela tracer l'évolution du TEB en fonction du **rapport signal sur bruit par sous-porteuses** (SNR) défini comme le rapport entre la variance des symboles BPSK ($\sigma_S^2 = 1$) et la variance du bruit $\sigma_{n_l}^2$: $SNR = \frac{\sigma_S^2}{\sigma_{n_l}^2}$. Comparer les résultats expérimentaux à la probabilité d'erreur binaire d'une modulation BPSK sur canal AWGN lorsque le SNR évolue de 0 à 10dB par pas de 1dB.

3 Partie 2 : OFDM sur canal de Rayleigh (OFDM_Rayleigh.m)

3.1 Paramètres de simulation

Pour cette partie les paramètres de simulations sont les suivants :

- Modulation numérique : BPSK (symboles iid),
- Le temps symbole $T_s = 0.05\mu s$,
- Nombre de sous-porteuses totales : $N = 128$,
- Nombre de sous-porteuses utilisées : $N_u = 128$,
- Les symboles OFDM sont modulés et démodulés en utilisant respectivement les algorithmes IFFT et FFT de Matlab,
- Une trame OFDM contient : $N_T = 500$ symboles OFDM,
- Le canal de propagation est tel que $h_l[p] = \sum_{l_p=0}^{L-1} h_l[l_p]\delta[p - l_p]$, où les $h_l[l_p]$ sont iid et $h_l[l_p] \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \frac{1}{L})$. On supposera que la réponse impulsionnelle (RI) du canal est invariante sur la durée d'une trame OFDM et que $L \ll N$.
- La durée du préfixe cyclique $T_{CP} \geq LT_s$,
- Le bruit $n_l[p] \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_{n_l}^2)$,
- les échantillons du signal OFDM, du canal et du bruit sont supposés décorrélés et indépendants.

3.2 Questions

1. (Rapport + Matlab) Pour $L = 4, 8, 16$ et 32 tracer le module du spectre de la RI de $h_l[p]$, quelles conclusions en tirez-vous sur la sélectivité du canal vis à vis de l'étalement temporel de ce dernier.
2. (Matlab) A partir des paramètres de simulation, implémenter sous Matlab la chaîne de communication (choisissez un nombre d'échantillon $CP = L = 16$). Valider votre implémentation en vous assurant que sans canal et sans bruit ($h_l[p] = \delta[p]$ et $\sigma_{n_l}^2 = 0$) le taux d'erreur binaire (TEB) est nul sur la réception d'une trame OFDM.

3. (Rapport) Quel est le débit binaire utile de cette communication numérique si on insère un préfixe cyclique ?
4. (Matlab) Mettre en place un égaliseur de canal après la démodulation OFDM (FFT). Faire un égalisation par forçage à zéro. Tester votre égaliseur avec $L = 16$ et $\sigma_{n_l}^2 = 0$.
5. (Rapport) Pour le cas $L = 16$ et sans bruit, tracer le module et la phase de la transformée de Fourier discrète de $h_l[p]$. Servez-vous de cet exemple pour illustrer :
 - l'intérêt d'une communication multi-porteuse,
 - le modèle de canal sur une sous-porteuse,
 - la nécessité d'égaliser à la réception.
6. (Matlab + Rapport) Evaluer les performances de votre chaîne de communications numériques (OFDM_Rayleigh_TEB.m). Pour cela tracer l'évolution du TEB en fonction du **rapport signal sur bruit par sous-porteuses** (SNR) défini pour la n^{ieme} sous-porteuse comme le rapport entre le produit $\sigma_s^2 \mathbb{E}(|H[n]|^2)$ et la variance du bruit $\sigma_{n_l}^2$: $SNR = \frac{\sigma_s^2 \mathbb{E}(|H[n]|^2)}{\sigma_{n_l}^2}$ où $H[n] = \sum_{l_p=0}^{N-1} h_l[l_p] e^{j2\pi \frac{nl_p}{N}}$. Comparer les résultats expérimentaux à la probabilité d'erreur binaire d'une modulation BPSK sur canal de Rayleigh lorsque le SNR évolue de 0 à 15dB par pas de 1dB (la probabilité d'erreur d'une BPSK sur canal de Rayleigh s'obtiendra par l'outil bertool.m de Matlab).
7. (Matlab + Rapport) Refaire la même simulation qu'à la question précédente en ne respectant plus la contrainte : $CP \geq L$. Prendre par exemple $L = 16$ et $CP = 8$. Interpréter l'évolution de la nouvelle courbe TEB=f(SNR) obtenue (indication : se servir de la question 5).
8. (Matlab + Rapport) Modifier votre code Matlab (OFDM_Rayleigh_1.m) afin que le signal OFDM émis comporte deux bandes de gardes de 30 sous-porteuses à gauche et à droite de la DSP. Valider votre implémentation en traçant la DSP de ce nouveau signal (moyenner les DSP avec un nombre de points par DSP de $N_{FFT} = 4N$).
9. (Rapport) Combien valent désormais la largeur de bande du signal OFDM et le débit binaire ?