ETE5-CNUM1 – Communications analogiques et canaux de propagation

Séance 2 – Canal de propagation (1) : espace libre

Romain Tajan

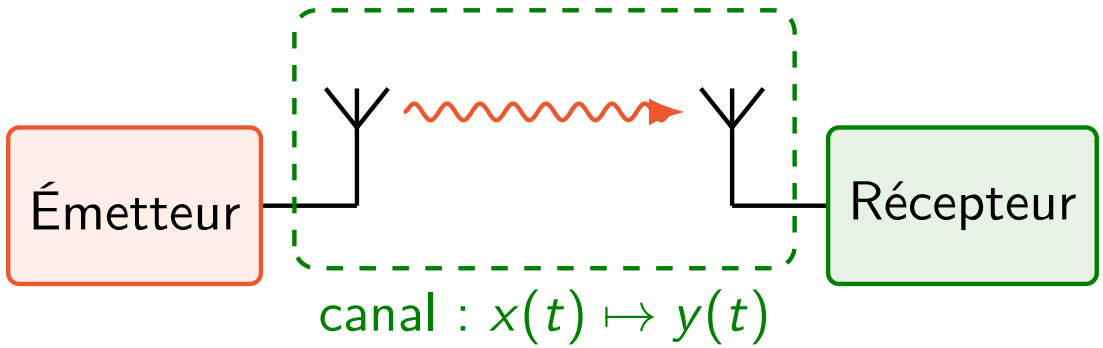
ENSEIRB-MATMECA – Bordeaux INP
Laboratoire IMS, groupe Signal et Image

Télécommunications 1re année – 2026–2027

Plan

1. Modéliser le canal
2. Propagation en espace libre
3. Bilan de liaison
4. Exercices

Qu'appelle-t-on « canal de propagation » ?



- Canal = antenne d'émission + milieu de propagation + antenne de réception.
- On cherche une **relation entrée–sortie** $y(t) = \mathcal{C}\{x(t)\}$ utilisable pour concevoir émetteur et récepteur.
- Les équations de Maxwell sont **linéaires** (dans l'air) $\Rightarrow$ le canal est un **système linéaire**.

Démarche (déterministe)

1. On émet une sinusoïde complexe $\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ft}$ et on regarde ce qui est reçu.
2. Par linéarité (Fourier), on en déduit la réponse à n'importe quel signal.
3. On complique la scène : espace libre (S2), mouvement et réflexions (S3).

Plan

1 Modéliser le canal

2 Propagation en espace libre
- ▷ Champ lointain
- ▷ Le canal comme système linéaire
- ▷ Puissance reçue : formule de Friis

3 Bilan de liaison

4 Exercices

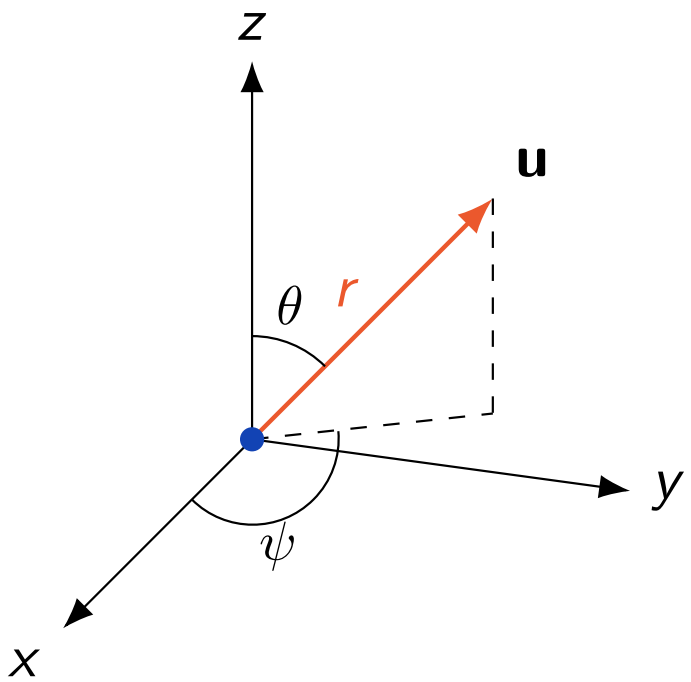
Champ électrique en champ lointain

Champ obtenu en réponse à la sinusoïde $e^{j2\pi ft}$:

- champ lointain : $r \gg c/f = \lambda$;
- polarisation rectiligne ;
- mesuré dans la direction de polarisation.

$$E(\mathbf{u}, t, f) = \frac{\alpha_t(\theta, \psi, f)}{r} e^{j2\pi f\left(t - \frac{r}{c}\right)}$$

- $\mathbf{u} = (r, \theta, \psi)$: coordonnées sphériques ;
- c : vitesse de la lumière ;
- $\alpha_t(\theta, \psi, f)$: diagramme de rayonnement de l'antenne d'émission (+ pertes + déphasage de l'antenne).



Interprétation des trois termes

$$E(\mathbf{u}, t, f) = \underbrace{\alpha_t(\theta, \psi, f)}_{\textbf{antenne}} \quad \underbrace{\frac{1}{r}}_{\textbf{décroissance}} \quad \underbrace{e^{j2\pi f\left(t-\frac{r}{c}\right)}}_{\textbf{retard } r/c}$$

- **Retard** r/c : l'onde met r/c secondes pour parcourir la distance r ($1\,\mathrm{km} \leftrightarrow 3{,}3\,\mu\mathrm{s}$).

Interprétation des trois termes

$$E(\mathbf{u}, t, f) = \underbrace{\alpha_t(\theta, \psi, f)}_{\text{antenne}} \quad \underbrace{\frac{1}{r}}_{\text{décroissance}} \quad \underbrace{e^{j2\pi f\left(t-\frac{r}{c}\right)}}_{\text{retard } r/c}$$

- **Retard** r/c : l'onde met r/c secondes pour parcourir la distance r ($1\,\mathrm{km} \leftrightarrow 3{,}3\,\mu\mathrm{s}$).
- **Décroissance en** $1/r$ du champ : la puissance émise se répartit sur une sphère de surface $4\pi r^2 \Rightarrow$ densité de puissance en $1/r^2 \Rightarrow$ champ en $1/r$ (**conservation de l'énergie**).

Interprétation des trois termes

$$E(\mathbf{u}, t, f) = \underbrace{\alpha_t(\theta, \psi, f)}_{\text{antenne}} \quad \underbrace{\frac{1}{r}}_{\text{décroissance}} \quad \underbrace{e^{j2\pi f\left(t-\frac{r}{c}\right)}}_{\text{retard } r/c}$$

- **Retard** r/c : l'onde met r/c secondes pour parcourir la distance r ($1\,\mathrm{km} \leftrightarrow 3{,}3\,\mu\mathrm{s}$).
- **Décroissance en** $1/r$ du champ : la puissance émise se répartit sur une sphère de surface $4\pi r^2 \Rightarrow$ densité de puissance en $1/r^2 \Rightarrow$ champ en $1/r$ (**conservation de l'énergie**).
- **Antenne** : toutes les directions ne sont pas équivalentes. Antenne *isotrope* (fictive) : α_t constant.

Interprétation des trois termes

$$E(\mathbf{u}, t, f) = \underbrace{\alpha_t(\theta, \psi, f)}_{\text{antenne}} \quad \underbrace{\frac{1}{r}}_{\text{décroissance}} \quad \underbrace{e^{j2\pi f\left(t-\frac{r}{c}\right)}}_{\text{retard } r/c}$$

- **Retard** r/c : l'onde met r/c secondes pour parcourir la distance r ($1\,\mathrm{km} \leftrightarrow 3{,}3\,\mu\mathrm{s}$).
- **Décroissance en** $1/r$ du champ : la puissance émise se répartit sur une sphère de surface $4\pi r^2 \Rightarrow$ densité de puissance en $1/r^2 \Rightarrow$ champ en $1/r$ (**conservation de l'énergie**).
- **Antenne** : toutes les directions ne sont pas équivalentes. Antenne *isotrope* (fictive) : α_t constant.

Antenne de réception

Le champ est converti en tension par l'antenne de réception, avec son propre diagramme $\alpha_r(\theta, \psi, f)$. On note $\alpha = \alpha_t\,\alpha_r$ le produit des deux.

Fonction de transfert de l'espace libre

Signal reçu par une antenne placée en $\mathbf{u}$ quand on émet $\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ft}$:

$$E_r(\mathbf{u}, t, f) = \frac{\alpha(\theta, \psi, f)}{r} \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f\left(t - \frac{r}{c}\right)} = H(\mathbf{u}, f)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ft}$$

Fonction de transfert

$$H(\mathbf{u}, f) = \frac{\alpha(\theta, \psi, f)}{r} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f \frac{r}{c}}$$

Fonction de transfert de l'espace libre

Signal reçu par une antenne placée en $\mathbf{u}$ quand on émet $\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ft}$:

$$E_r(\mathbf{u}, t, f) = \frac{\alpha(\theta, \psi, f)}{r} \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f\left(t - \frac{r}{c}\right)} = H(\mathbf{u}, f)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ft}$$

Fonction de transfert

$$H(\mathbf{u}, f) = \frac{\alpha(\theta, \psi, f)}{r} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f \frac{r}{c}}$$

- La réponse à $\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ft}$ est $H(\mathbf{u}, f)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ft}$: exactement le comportement d'un **système linéaire invariant** (SLI).
- Pour $x(t) = \int X(f)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ft}\, \mathrm{d}f$, par linéarité :

$$y(t) = \int H(\mathbf{u}, f)\, X(f)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ft}\, \mathrm{d}f \quad \Longleftrightarrow \quad Y(f) = H(\mathbf{u}, f)\, X(f)$$

Réponse impulsionnelle de l'espace libre

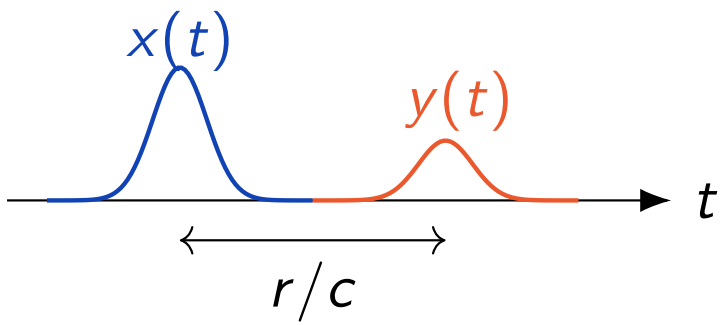
Si α ne dépend pas de f (dans la bande du signal) :

$$H(\mathbf{u}, f) = \frac{\alpha(\theta, \psi)}{r} \, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f \frac{r}{c}} \quad \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} \quad h(\tau) = \frac{\alpha(\theta, \psi)}{r} \, \delta\left(\tau - \frac{r}{c}\right)$$

Canal en espace libre

$$y(t) = (h * x)(t) = \frac{\alpha(\theta, \psi)}{r} \, x\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

Le canal se réduit à une **atténuation** et un **retard** : aucune déformation du signal.



Puissance reçue : formule de Friis

- Antenne d'émission de **gain** G_t (rapport à l'isotrope dans la direction utile), puissance émise P_t : densité de puissance à distance d

$$\Phi = \frac{P_t\, G_t}{4\pi d^2} \quad [\mathrm{W/m^2}]$$

- Antenne de réception de **surface effective** $A_e = \dfrac{G_r\, \lambda^2}{4\pi}$: $P_r = \Phi\, A_e$.

Formule de Friis (espace libre)

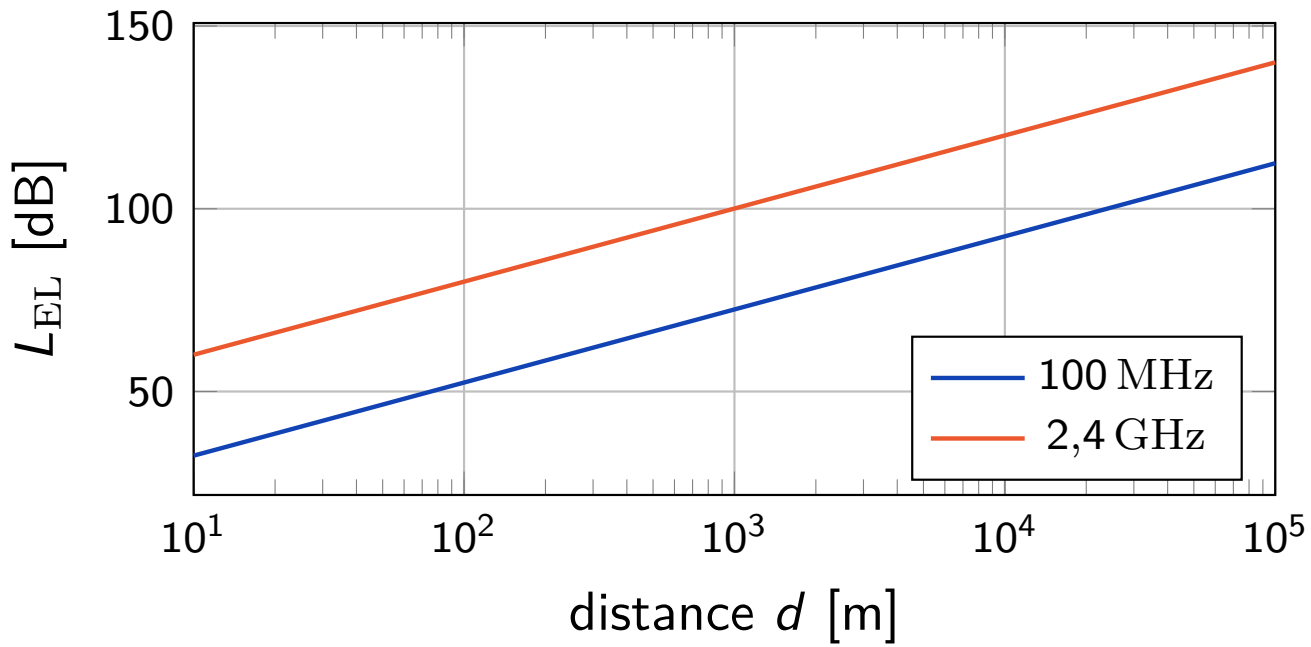
$$P_r = P_t\, G_t\, G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \qquad \Longleftrightarrow \qquad \frac{P_r}{P_t} = |H(\mathbf{u}, f)|^2$$

- Puissance reçue en $1/d^2$: doubler la distance coûte $6\,\mathrm{dB}$.
- Le terme λ^2 vient de l'antenne de réception (surface effective), pas de l'air.

Affaiblissement en espace libre

$$L_{\mathrm{EL}} = \left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{4\pi df}{c}\right)^2 \qquad L_{\mathrm{EL}}\,[\mathrm{dB}] = 20\log_{10} d + 20\log_{10} f - 147{,}55$$

(d en m, f en Hz)



- $d = 1\,\mathrm{km}$, $f = 100\,\mathrm{MHz}$: $72{,}5\,\mathrm{dB}$; $d = 100\,\mathrm{m}$, $f = 2{,}4\,\mathrm{GHz}$: $80\,\mathrm{dB}$.

Plan

1 Modéliser le canal

2 Propagation en espace libre

3 Bilan de liaison

4 Exercices

Le bruit thermique

Le signal reçu est très faible : il faut le comparer au **bruit** du récepteur.

- Agitation thermique des électrons : puissance de bruit dans une bande B

$$N = k\,T\,B, \qquad k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K},\ T = 290\,\mathrm{K}$$

$$N\,[\mathrm{dBm}] = -174 + 10\log_{10} B$$

- Les composants du récepteur ajoutent leur propre bruit : **facteur de bruit** F (ou NF en dB) $\Rightarrow N = -174 + 10\log_{10} B + \mathrm{NF}$.

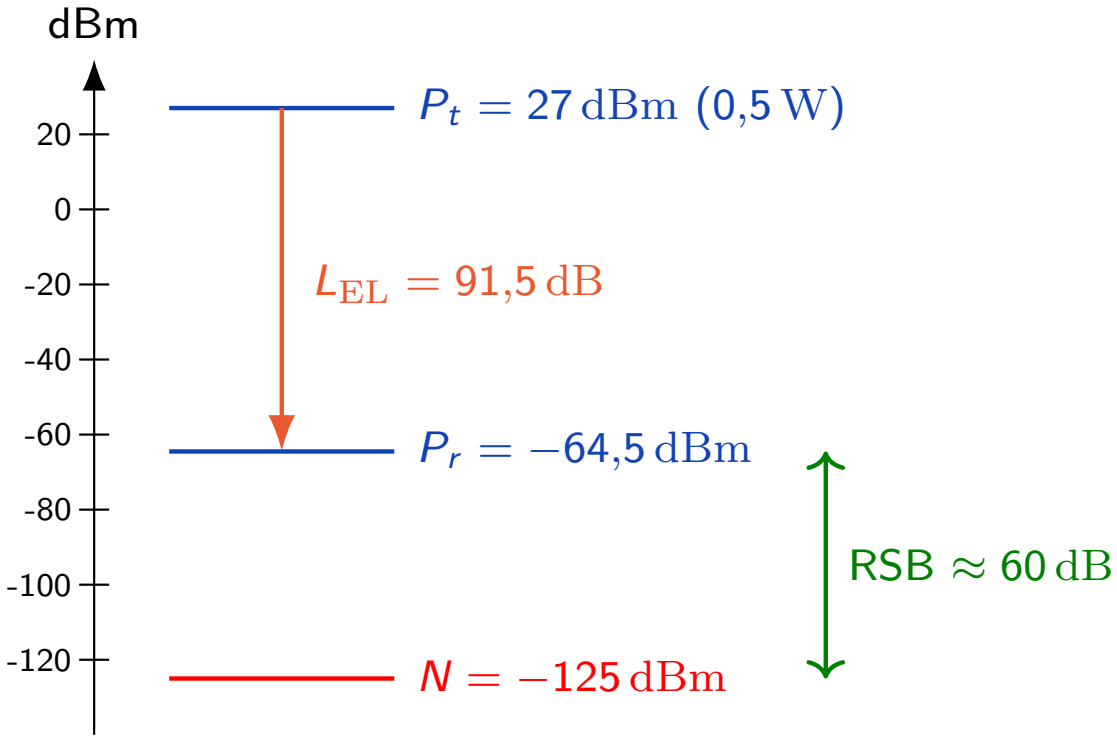
Rapport signal sur bruit

$$\mathrm{RSB}\,[\mathrm{dB}] = P_r\,[\mathrm{dBm}] - N\,[\mathrm{dBm}]$$

- La **bande** intervient : plus le signal est large, plus on capte de bruit.

Bilan de liaison

$$P_r\,[\mathrm{dBm}] = P_t\,[\mathrm{dBm}] + G_t\,[\mathrm{dBi}] + G_r\,[\mathrm{dBi}] - L\,[\mathrm{dB}]$$



Talkie-walkie PMR446 : $f = 446\,\mathrm{MHz}$, $P_t = 0{,}5\,\mathrm{W}$, antennes $0\,\mathrm{dBi}$, $d = 2\,\mathrm{km}$, $B = 12{,}5\,\mathrm{kHz}$, $\mathrm{NF} = 8\,\mathrm{dB}$.

Limites du modèle d'espace libre

Avec l'exemple précédent et une sensibilité de $-120\,\mathrm{dBm}$, l'espace libre prédit une portée de… $1\,200\,\mathrm{km}$! En pratique : quelques km.

- **Rotondité de la Terre** : horizon radio à quelques km/dizaines de km (selon la hauteur des antennes).
- **Obstacles** : bâtiments, relief, végétation $\Rightarrow$ atténuations supplémentaires (masquage).
- **Réflexions** sur le sol, les murs : plusieurs **trajets** arrivent au récepteur avec des retards différents.
- **Mouvement** de l'émetteur, du récepteur ou des réflecteurs.

Modèles empiriques

En environnement réel, on observe souvent $P_r \propto d^{-n}$ avec n entre 2 (espace libre) et 4 (ou plus) : modèles d'Okumura–Hata, COST 231…

$\Rightarrow$ Séance suivante : **réflexions** et **mouvement**, toujours de façon déterministe.

Bilan de la séance

À retenir

- Le canal est un **système linéaire** : on le caractérise par sa réponse à $\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ft}$.
- En espace libre et pour un émetteur et un récepteur fixes :

$$H(f) = \frac{\alpha}{r}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi fr/c} \qquad h(\tau) = \frac{\alpha}{r}\,\delta(\tau - r/c)$$

  $\Rightarrow$ atténuation + retard, pas de déformation.
- **Friis** : $P_r = P_t G_t G_r \left(\lambda/4\pi d\right)^2$ (en $1/d^2$).
- **Bilan de liaison** en dB, comparé au bruit $-174\,\mathrm{dBm/Hz} + 10\log B + \mathrm{NF}$.

Plan

1 Modéliser le canal

2 Propagation en espace libre

3 Bilan de liaison

4 Exercices

Exercices

Exercice 1 – Satellite géostationnaire. Un satellite à $35\,786\,\mathrm{km}$ émet à $12\,\mathrm{GHz}$ avec $P_t = 100\,\mathrm{W}$ et $G_t = 30\,\mathrm{dBi}$. L'antenne parabolique de réception a un gain $G_r = 35\,\mathrm{dBi}$.

1. Calculer L_{EL} puis P_r en dBm.
2. Le récepteur a une bande de $30\,\mathrm{MHz}$ et un facteur de bruit de $1\,\mathrm{dB}$. Calculer le RSB.

Exercice 2 – Lois d'échelle.

1. De combien de dB varie P_r si on double d ? si on multiplie d par 10 ?
2. À antennes de **gain fixé**, de combien varie P_r si on passe de 1 à $10\,\mathrm{GHz}$?
3. À antennes de **surface effective fixée** (paraboles de même taille), même question. *Indication* : $G = 4\pi A_e/\lambda^2$.

Exercice 3 – Retard. Un signal $x(t) = \cos(2\pi f t)$ est émis vers un récepteur à $r = 3\,\mathrm{km}$. Écrire $y(t)$. Pour quelles fréquences le déphasage introduit est-il un multiple de 2π ?